

Spracovanie postupností symbolov pomocou rekurzívnych neurónových máp*

Igor Farkaš a Pavol Vančo

Katedra aplikovanej informatiky FMFI
Univerzita Komenského
Mlynská dolina, 84248 Bratislava
farkas,vanco@ii.fmph.uniba.sk

Abstrakt

Ak chcú konekcionistické modely uspieť ako prijateľné modely ľudskej kognície, musia byť schopné spracovávať a reprezentovať okrem vektorových numerických dát aj štruktúrované symbolové dáta ako postupnosti, stromy alebo grafy. V príspevku sa zameriavame na spracovanie postupností symbolov pomocou vybraných modelov rekurzívnych samoorganizujúcich sa neurálnych máp, ktorých vlastnosti sa začali v ostatných rokoch intenzívnejšie študovať. Na príklade dvoch modelov, RecSOM a MSOM, poukážeme na ich podobnosti a rozdiely.

1 Úvod

Symbolové a subsymbolové systémy predstavujú rozdielne prístupy k automatickému spracovaniu dát. V oboch doménach existujú rôzne algoritmy na hľadanie regularít, či skrytých závislostí vo vstupných dátach. Na jednej strane máme rozhodovacie stromy, indukciu pravidiel, či logické programovanie, na druhej strane zase bayesovské usudzovanie, klasterizačné algoritmy či neurónové siete (Mitchel, 1997). Vlastnosti používaných algoritmov v oboch doménach sú dosť komplementárne. Symbolové metódy sa zaoberajú dátami na vyššej úrovni (napr. v podobe logických formúl), preto je ich spracovanie pre človeka zrozumiteľné, ľahko sa do problému vkladajú apriórne znalosti a ľahko sa modifikuje systém po pridaní nových dát. Súčasne však tréning modelu môže byť vo všeobecnosti zložitý, neefektívny a citlivý na šum. Na druhej strane subsymbolové systémy (napr. neurónové siete) pracujú s dátami nižšej úrovne (vo forme vektorových numerických dát danej dimenzie), preto je ich správanie pre človeka ťažšie zrozumiteľné a adaptácia na nové špecifické dáta často vyžaduje úplné pretrénovanie modelu. Súčasne však tréningové algoritmy bývajú efektívne a odolné voči šumu.

Kognitívne procesy si vyžadujú schopnosť spracovávať dáta z oboch domén. Kvôli povahe dát sa

procesy vyššej úrovne často riešia pomocou symbolových metód, zatiaľ čo pre procesy nižšej úrovne sa ako vhodnejšie javia subsymbolové prístupy. V kognitívnej vede už 20 rokov prebieha polemika o tom, aká je povaha mentálnych procesov prebiehajúcich pri procesoch vyššej kognície, teda pri usudzovaní, rozhodovaní či komprehenzii viet. Táto polemika bola iniciovaná vplyvnou kritikou Fodora a Pylyshyna (1988), ktorí tvrdili, že konekcionistické modely môžu byť len implementačnou úrovňou symbolových modelov, pretože nedisponujú prostriedkami nutnými pre tzv. systematické (Hadley, 1994) spracovanie dát vyššej úrovne (štruktúr). Naopak, zástancovia tzv. eliminačného konekcionizmu¹ sú presvedčení, že v princípe všetky mentálne (kognitívne) procesy budú redukovateľné na subsymbolovú úroveň, na ktorej ich vysvetlenia budú kognitívne relevantnejšie (napr. Rumelhart, McClelland, 1986).² V snahe podporiť túto hypotézu bolo od začiatku 90. rokov až po súčasnosť navrhnutých viacero konekcionistických modelov zameraných na spracovanie symbolových štruktúr ako postupnosti, stromy a grafy (pozri prehľad v Hammer, 2003). Spoločným znakom väčšiny týchto modelov je ich rekurentná architektúra, ktorá dáva modelu možnosť zachytiť časopriestorové závislosti vo vstupných dátach. Najčastejšie používanou konekcionistickou architektúrou najmä v doméne spracovania jazyka je jednoduchá rekurentná sieť (Elman, 1990) a v ostatných rokoch aj výpočtovo efektívnejšia neurónová sieť s echo stavmi (Jaeger, 2001). Otázka systematickosti je stále otvoreným problémom, hoci rôzne rekurentné konekcionistické architektúry dosahujú istú úroveň systematickosti na malých tréningových množinách (Van der Velde a spol., 2004; Frank, 2006; Farkaš, Crocker, 2006, 2007).

¹ Tento termín zaviedli Prince a Pinker (1988).

² Rozdiel medzi symbolovým a subsymbolovým vysvetlením kognitívneho fenoménu dobre ilustruje známy problém tvorenia minulého času anglických sloviac, aj keď nejde o typickú úlohu spracovania informácie vyššej úrovne (Pinker, Ullman, 2002). Symbolový prístup predpokladá dve cesty (pravidlo „pridaj -ed“ pre pravidelné slovesá a tabuľku pre nepravidelné), zatiaľ čo subsymbolový prístup len jednu, spoločnú cestu.

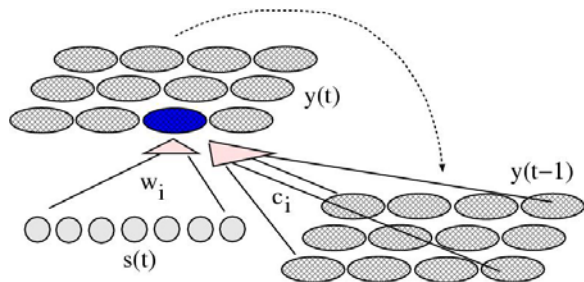
* Práca bola podporená agentúrou VEGA.

Snahy o rozšírenie konekcionistických modelov sa týkajú aj štandardného modelu samoorganizujúcej sa mapy (SOM; Kohonen, 1990). Pri použití SOM sa predpokladá, že vstupné dáta patria do vstupného priestoru konečnej (fixnej) dimenzie. V ostatných rokoch bolo navrhnutých viacero rozšírení topografických máp pre všeobecnejšie dátové štruktúry (pozri prehľady v Barreto, Araujo, Kremer, 2003 a Hammer a spol., 2004a). Väčšina týchto rozšírení využíva pridané rekurentné spojenia (podobne ako napr. Elmanova sieť). Do tejto kategórie môžeme zaradiť napr. model TKM (Chappell, Taylor, 1993), rekurentnú SOM (RSOM; Koskela a spol., 1998), rekurzívnu SOM (RecSOM; Voegtlin, 2002), MSOM (Strickert, Hammer, 2003) a SOMSD (Hagenbuchner, Sperduti, Tsoi, 2003). V súčasnosti však neexistuje konsenzus ako optimálne spracovávať postupnosti pomocou SOM, pretože iba čiastočne rozumieme vnútornej dynamike a reprezentačným vlastnostiam jednotlivých modelov (Hammer a spol., 2004b).

V tomto príspevku porovnáваме RecSOM s jednoduchším modelom MSOM na príklade niekoľkých postupností symbolov s rôznym stupňom zložitosti. Cieľom je ilustrovať správanie oboch modelov a zistiť, či využitie komplexnejšej spätnej väzby (v prípade RecSOM) má svoje opodstatnenie z pohľadu dvoch použitých mier, ako aj indukovanej dynamiky asymptotického správania.

2 Rekurzívne mapy so samoorganizáciou

2.1 Model RecSOM



Obr. 1. Architektúra modelu RecSOM. Súvislé čiary označujú adaptované spojenia (váhy), čiarkovaná čiara označuje jednotkové oneskorenie aktivácie mapy. Neurónová sieť sa učí asociovať aktuálny vstup so svojimi predchádzajúcimi aktivitami, čím sa každý neurón naučí reagovať na postupnosti.

Architektúra modelu RecSOM (Voegtlin, 2002) je na obr. 1. Každý neurón $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ v mape má dva váhové vektory, ktoré sú s ním asociované:

- $\mathbf{w}_i \in \mathfrak{R}^n$ – asociovaný s n -rozmerným vstupom $\mathbf{s}(t)$ a

- $\mathbf{c}_i \in \mathfrak{R}^N$ – asociovaný s kontextovým vektorom $\mathbf{y}(t-1) = [y_1(t-1), y_2(t-1), \dots, y_N(t-1)]$, ktorý predstavuje aktivitu mapy z predchádzajúceho kroku.

Výstup neurónu i sa počíta ako $y_i(t) = \exp(-d_i(t))$, kde

$$d_i(t) = \alpha \cdot \|\mathbf{s}(t) - \mathbf{w}_i\|^2 + \beta \cdot \|\mathbf{y}(t-1) - \mathbf{c}_i\|^2,$$

pričom $\|\cdot\|$ je euklidovská norma, a parametre $\alpha > 0$ a $\beta > 0$ určujú vplyv vstupu a kontextu na profily neurónov. Oba váhové vektory sa adaptujú pomocou rovnakého pravidla:

$$\Delta \mathbf{w}_i = \gamma h(i, k) (\mathbf{s}(t) - \mathbf{w}_i)$$

$$\Delta \mathbf{c}_i = \gamma h(i, k) (\mathbf{y}(t-1) - \mathbf{c}_i),$$

kde k je index³ „víťaza“ v čase t , t.j. $k = \operatorname{argmin}_i \{d_i(t)\}$, a $0 < \gamma < 1$ je rýchlosť učenia. Funkcia okolia $h(i, k)$ má gausovský tvar (so šírkou σ) a závisí od vzdialenosti $d(i, k)$ neurónov i a k v mape: $h(i, k) = \exp(-d(i, k)^2 / \sigma^2)$. Šírka okolia lineárne klesá s časom, čím umožní vytvorenie topografickej reprezentácie vstupných postupností v mape.

Tiňo, Farkaš a van Mourik (2006) analyzovali model RecSOM, ktorý využíva zložitejšiu spätnú väzbu (namiesto lokálnej spätnej väzby v podobe „deravých“ integrátorov, ako napr. v modeloch TKM a RSOM), vďaka ktorej sa môže v RecSOM počas učenia indukovať bohatšie spektrum dynamického správania (Hammer a spol., 2004a). Model RecSOM bol analyzovaný ako neautonómny⁴ systém so zafixovanými vstupmi, pričom sa sledovala jeho asymptotická dynamika. Bolo ukázané, že dynamika RecSOM vedie vo väčšine prípadov k tzv. markovovskému správaniu, t.j. časovo ohraničenej pamäti neurónov (pre menšie β/α). Pri takejto organizácii stavového priestoru siete majú vstupné postupnosti s rovnakými spoločnými podpostupnosťami (sufixami) tendenciu mať podobné stavové reprezentácie.⁵ Avšak v prípade zložitejších vstupných postupností môže v RecSOM vzniknúť nemarkovovské správanie (časovo neobmedzená pamäť neurónov).

2.2. Model MSOM

Architektúra modelu MSOM (Strickert, Hammer, 2005) je na obr. 2. MSOM sa líši od RecSOM jednoduchším deskriptorom kontextu $\mathbf{C}(t)$, ktorý má dimenziu rovnakú ako vstup, teda n . Vzťah pre hľadanie víťaza je podobný ako v RecSOM:

$$d_i(t) = (1-\alpha) \cdot \|\mathbf{s}(t) - \mathbf{w}_i\|^2 + \alpha \cdot \|\mathbf{C}(t) - \mathbf{c}_i\|^2,$$

pričom deskriptor kontextu sa upravuje podľa vzťahu

³ Pozn.: Víťaz k má súčasne maximálnu aktivitu $y_k(t)$.

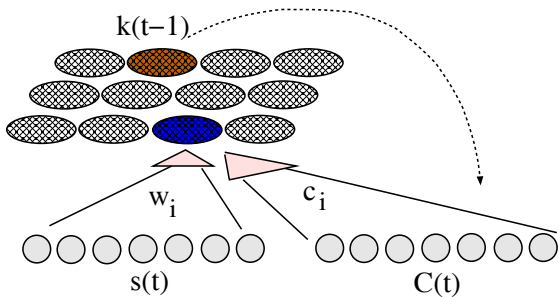
⁴ Neautonómny dynamický systém má externý vstup x , takže jeho dynamiku možno vyjadriť v tvare $\mathbf{y}(t+1) = \mathbf{F}(\mathbf{y}(t), x)$.

⁵ V sieti existujú pre všetky vstupné symboly len kontraktívne zobrazenia, ktoré sú indikátorom fraktálnej organizácie stavového priestoru (Tiňo, Hammer, 2004).

$$C(t) = (1-\beta) \cdot \mathbf{w}_{k(t-1)} + \beta \cdot \mathbf{c}_{k(t-1)}$$

kde $k(t-1)$ je index víťaza z predchádzajúceho kroku (podľa tej istej metriky ako pri RecSOM). Z toho je vidieť, že kontext tvorí nie aktivita celej siete, ale je dovedený z parametrov víťaza z predchádzajúceho kroku. Adaptácia vstupných i kontextových váh prebieha rovnako ako pri RecSOM, pričom kontextové váhy sa adaptujú podľa príslušného kontextového deskriptora:

$$\Delta c_i = \gamma h(i, k) (C(t) - c_i).$$



Obr. 2. Architektúra modelu MSOM. Súvislé čiary označujú adaptované spojenia (váhy), čiarkovaná čiara označuje jednotkové oneskorenie. $k(t-1)$ označuje index víťaza v minulom kroku.

Strickert a Hammer (2005) navrhli a študovali model MSOM ako výpočtovo efektívny model, ktorého kontext je zložitejší než lokalistická verzia použitá napr. v TKM, no výpočtovo jednoduchší než úplná informácia o aktivite siete (ako v prípade RecSOM). Dokázali, že po zániku vplyvu funkcie okolia (kooperácie medzi neurónmi) a za predpokladu, že v sieti je dost' neurónov, konvergujú váhové vektory do svojich optimálnych pozícií

$$\mathbf{w}_i(t)^{\text{opt}} = \mathbf{s}(t) \quad \text{a} \quad \mathbf{c}_i(t)^{\text{opt}} = \sum_{j=1}^{t-1} \beta(1-\beta)^{j-1} \mathbf{s}(t-j)$$

čoho výsledkom je fraktálna organizácia stavového priestoru, podobne ako pri modeloch TKM a RSOM. Explicitná reprezentácia kontextu pomocou víťazov v MSOM však (na rozdiel od týchto modelov) znamená väčšiu pamäťovú kapacitu, ako bolo ukázané na príklade experimentov s rôznymi symbolovými i numerickými postupnosťami (Strickert, Hammer, 2005).

3 Experimenty

Oba modely sme trénovali na postupnostiach symbolov rôznej povahy a zložitosti: (1) stochastický binárny automat, (2) laserové dáta, (3) Reberov automat, a (4) anglický text. Všetky postupnosti okrem Reberovej boli testované na RecSOM (Tiňo, Farkaš, van Mourik, 2006). Každý model sme trénovali 40 krát s odlišnými počiatocnými nastaveniami parametrov a potom sme oba modely porovnali z pohľadu dvoch charakteristík.

Na ohodnotenie natrénovaných máp sme vypočítali receptívne pole (receptive field, RF) každého neurónu i ako spoločný sufix všetkých sekvencií (veľkosti l_i), pri ktorých sa daný neurón stal víťazom. Voegtlin (2002) navrhol merať hĺbku pamäte zachytenú mapou pomocou kvantizačnej hĺbky (quantizer depth)

$$QD = \sum_{i=1}^N p_i l_i$$

kde p_i je pravdepodobnosť zvíťazenia i -eho neurónu a l_i je dĺžka jeho RF.

Na ohodnotenie mapy z pohľadu zachovania topografie sme navrhli mieru, ktorá má kvantifikovať topografické usporiadanie mapy. Pre každý neurón mapy vypočítame dĺžku najdlhšieho suffixu spoločného pre neho a všetkých jeho najbližších susedov.⁶ Inými slovami, pre každý neurón i vytvoríme množinu reťazcov R_i zložených z RF neurónu i a jeho štyroch susedov. Dĺžku najväčšieho spoločného suffixu reťazcov v R_i označíme $l(R_i)$. Miera zachovania topografie (topography preservation) je priemerom takýchto RF dĺžok cez všetky neuróny v mape:

$$TP = 1/N \sum_{i=1}^N l(R_i).$$

V jednotlivých experimentoch bola použitá rovnaká konštantná rýchlosť učenia $\gamma=0.1$. Lineárne klesajúca šírka okolia σ , ktorá umožnila vznik topografického usporiadania mapy (fáza usporiadania), pokračovala fázou doladovania s konštantnou šírkou okolia $\sigma=0.5$.⁷ V prípade MSOM sme použili len bežne používanú hodnotu $\beta=0.5$ (podľa Strickert, Hammer, 2005) a vplyv kontextu sme nechali lineárne rásť $\alpha:0 \rightarrow 0.5$. Ostatné, špecifické parametre uvádzame pri jednotlivých experimentoch.

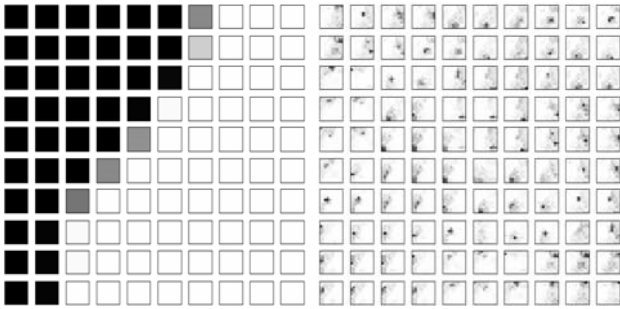
3.1 Stochastický binárny automat

Prvou postupnosťou je binárna sekvencia 300,000 symbolov $\{a, b\}$ generovaných Markovovým reťazcom prvého rádu s prechodovými pravdepodobnosťami $P(a|b) = 0.3$ a $P(b|a) = 0.4$ (Voegtlin, 2002). Pri snahe dosiahnuť výsledky Voegtlina sme použili veľkosť máp s $N=10 \times 10$ neurónov a jednobitové kódovanie vstupných symbolov: $a=0$, $b=1$. Parametre pre RecSOM sme vybrali zo stabilnej oblasti parametrickej mapy (závislosť QD od α , β) experimentálne vyhodnotenej Voegtlinom: $\alpha=2$ a $\beta=1$. Šírka okolia klesala lineárne s časom: $\sigma:5 \rightarrow 0.5$ počas prvých 200,000 iterácií a potom ostala konštantná počas nasledujúcich 100,000 iterácií. Na obr. 3 vidieť profily váh RecSOM po natrénovaní. Vstupné váhy sú topograficky organizované do dvoch oblastí a kontextové váhy všetkých neurónov majú unimodálny charakter a sú

⁶ okrajové neuróny mali menej ako 4 najbližších susedov

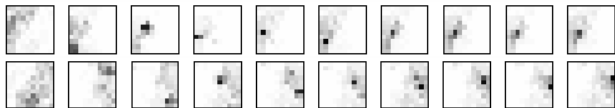
⁷ to prakticky znamená nulovú kooperáciu medzi neurónmi

tiež topograficky usporiadané podľa pozície maxima v mape. Podobnú organizáciu mapy sme získali v prípade MSOM.



Obr. 3. Ustálené vstupné (vľavo) i kontextové (vpravo) váhy v prípade dát zo stochastického binárneho automatu. Všetky hodnody sú medzi 0 (kód symbolu a) a 1 (symbol b). Vstupné váhy sú rozdelené na dva zhluky, pričom medzi nimi je niekoľko „nerozhodnutých“ neurónov. Kontextové váhy majú tiež topografické usporiadanie.

Pri analýze asymptotického správania RecSOM sme vyhodnocovali zobrazenia $\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{y}(t-1), x) \equiv \mathbf{F}_x(\mathbf{y}(t-1))$, kde $x \in \{a, b\}$. Pri rôznych počiatočných podmienkach $\mathbf{y}(0) \in (0, 1]$ sme monitorovali rozdiely $\|\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}(t-1)\|$ (t.j. v L_2 norme). Obe autonómne dynamiky sa ustálili v atraktívnych pevných bodoch $\mathbf{y}_a = \mathbf{F}_a(\mathbf{y}_a)$ a $\mathbf{y}_b = \mathbf{F}_b(\mathbf{y}_b)$. Príklad takéhoto markovovského správania je na obr. 4. V prípade MSOM sme dostali podobné správanie, ale dynamiku siete by sme museli vyhodnocovať v priestore mapy pomocou trajektórie pohybu víťazov. Porovnanie oboch modelov z pohľadu mier QD a TP je v tab. 1.



Obr. 4. Dynamika aktivity RecSOM pri vstupných symboloch a (horný rad) a b (dolný rad) v prípade stochastického automatu. V oboch prípadoch sa aktívacie ustália do stabilných unimodálnych konfigurácií (atraktívne pevné body) asi po 10 iteráciach.

	QD	TP
RecSOM	6,15	2,78
MSOM	6,00	2,31

Tab. 1. Stredné hodnoty oboch mier pre oba modely v prípade stochastického automatu.

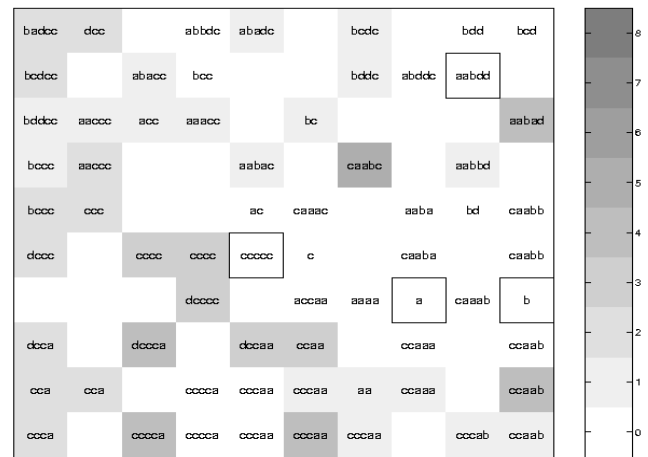
3.2 Laser v chaotickom režime

V tomto experimente sme trénovali mapy na postupnosti kvantizovaných rozdielov aktivít lasera v chaotickom

režime. Postupnosť mala 8,000 symbolov, bola kvantizovaná na štyri symboly (Tiňo, Čerňanský, Beňušková, 2004) a bola reprezentovaná dvojbitovými binárnymi kódmi: $a=[0\ 0]$, $b=[0\ 1]$, $c=[1\ 0]$, $d=[1\ 1]$. Veľkosť oboch máp (s dvoma vstupmi) s $N=10 \times 10$ neurónov bola trébovaná počas 400,000 iterácií (celkové trvanie oboch fáz), pričom $\sigma:5 \rightarrow 0.5$. Parametre RecSOM boli $\alpha=1$, $\beta=0.2$. Porovnanie oboch modelov z pohľadu vyššie spomínaných dvoch mier je v tab. 2. Na obr. 5 je mapa receptívnych polí RecSOM, na ktorej je znázornené markovovské správanie siete (atraktívne pevné body). Podobná organizácia RF vznikla v prípade MSOM.

	QD	TP
RecSOM	6,73	1,42
MSOM	4,88	1,57

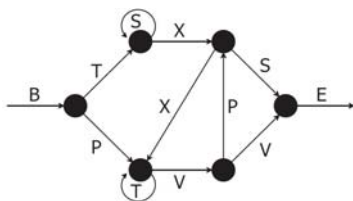
Tab. 2. Stredné hodnoty oboch mier pre oba modely v prípade laserových dát.



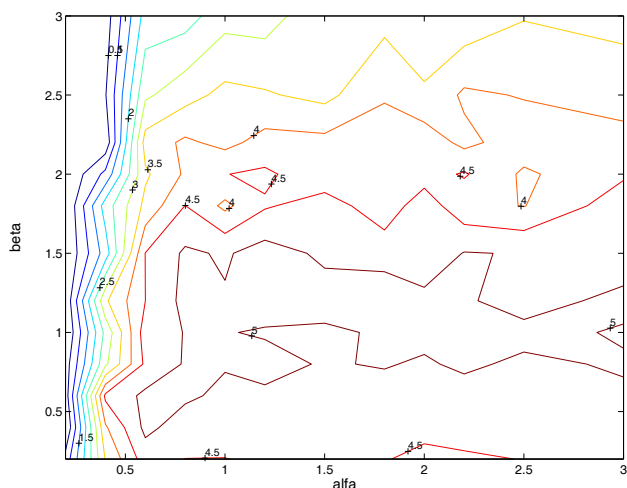
Obr. 5. Mapa receptívnych polí RecSOM po natrénovaní na laserovej postupnosti. Možno vidieť topografickú organizáciu podľa sufixov (pre názornosť len posledných 5). Neuróny bez označenia sa nestali nikdy víťazmi. RF neurónov sú odtieňované podľa ich hodnôt $l(R_i)$, t.j. lokálnych TP. Neuróny v rámečkoch označujú atraktory pre jednotlivé symboly.

3.3 Reberova gramatika

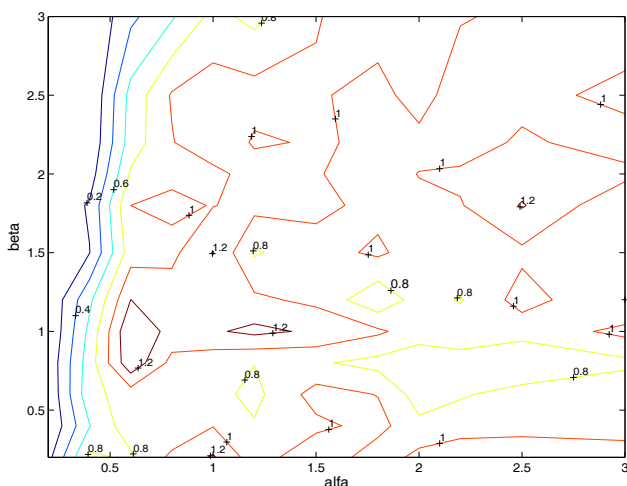
Treťou testovacou postupnosťou sú dáta generované Reberovou gramatikou (Reber, 1967), ktorá je implementovaná konečným stochastickým automatom na obr. 6. Použili sme jednu postupnosť s dĺžkou 10,000 symbolov, ktorá vznikla zrežaním slov generovaných automatom. Použité vstupné symboly boli kódované lokalisticky pomocou $n=7$ bitov a zvolili sme veľkosť máp $N=12 \times 12$.



Obr. 6. Konečný automat na generovanie Reberovej gramatiky. Pri prechode medzi stavmi sa generuje odpovedajúci symbol, pričom pravdepodobnosť všetkých prechodov je 0.5. Všetky slová začínajú symbolom B a končia symbolom E.



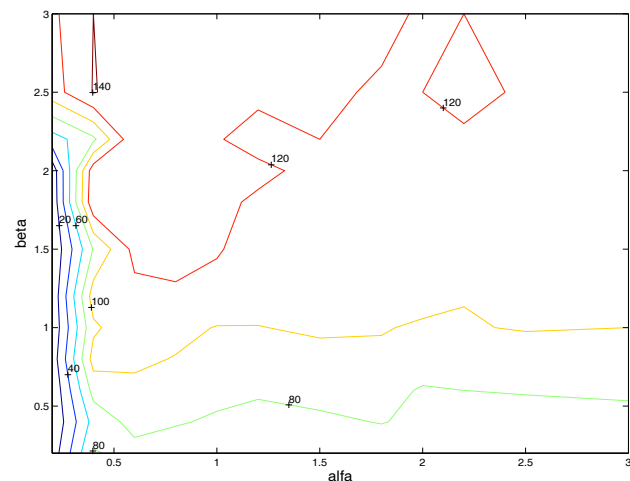
Obr. 7. Závislosť miery QD od RecSOM parametrov α a β v prípade Reberovej postupnosti.



Obr. 8. Závislosť miery TP od RecSOM parametrov α a β v prípade Reberovej postupnosti.

Pre túto postupnosť sme experimentálne hľadali vhodné parametre RecSOM (α , β) a zostrojili sme parametrickú mapu (podobne ako Voegtlin (2002) v prípade binárneho automatu). Hodnoty oboch mier v závislosti od α , β sú na

obr. 7 a 8. Na obr. 9 je znázornená aj tretia charakteristika – celkový počet víťazov, ktorý je mierou distribúcie reprezentácií v mape. Na základe týchto máp sme zvolili RecSOM parametre $\alpha=1.5$, $\beta=1.2$ (aj keď pre tieto hodnoty RecSOM nedosahuje maximálnu distribúciu reprezentácií, t.j. najmenší počet neaktívnych neurónov (ako indikuje obr. 9)).



Obr. 9. Závislosť celkového počtu víťazných neurónov v RecSOM od parametrov α a β v prípade Reberovej postupnosti.

	QD	TP
RecSOM	5,01	0,96
MSOM	4,60	1,36

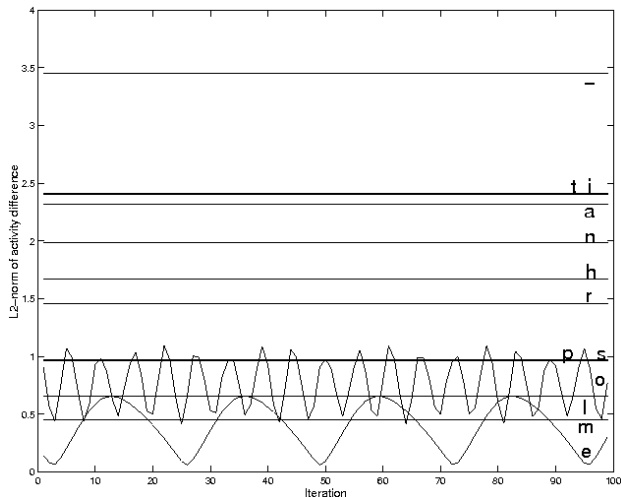
Tab. 3. Stredné hodnoty oboch mier pre oba modely v prípade Reberových dát.

3.4 Anglický text

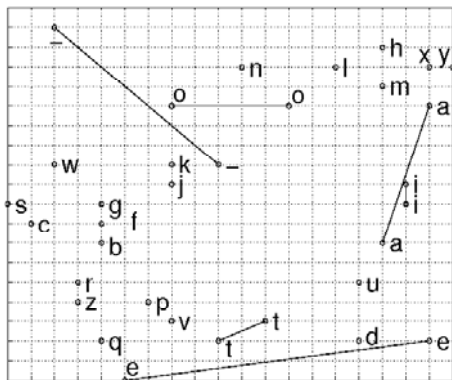
Poslednou sekvenciou bol anglický text – román Brave New World (autor Aldous Huxley), v ktorom sme odstránili interpunkciu, veľké písmená boli nahradené malými a medzery medzi slovami boli zamenené za symbol '-'. Celková tréningová množina mala 356,606 symbolov, ktoré boli binárne kódované pomocou 5 bitov. Na rozdiel od Voegtlina (2002) sme neresetovali kontextové aktívacie medzi slovami (t.j. keď na vstupe bol symbol '-'). Oba modely mali $N=20 \times 20$ neurónov a boli tréňované počas dvoch epoch so $\sigma:10 \rightarrow 0.5$. Ich porovnanie z pohľadu oboch mier je v tab. 4.

	QD	TP
RecSOM	2,04	0,64
MSOM	1,61	0,56

Tab. 4. Stredné hodnoty oboch mier pre oba modely v prípade anglického textu.



Obr. 10. Asymptotická dynamika RecSOM v prípade jazykovej postupnosti. Znárodné sú euklidovské rozdiely aktivity mapy medzi susednými iteráciami. Trajektórie pre symboly s nulovými rozdielmi (atraktívne pevné body) nie sú znázornené.



Obr. 11. Dynamika víťazných neurónov v RecSOM po natrénovaní na jazykovej postupnosti.

Pri analýze dynamického správania bolo pozorované, že RecSOM v prípade tejto komplexnej postupnosti dokázala generovať rozmanité typy asymptotickej dynamiky.⁸ Ako vidieť na obrázku 10, v prípade väčšiny symbolov (napr. *g*, *z*) išlo o atraktívne pevné body ako pri predchádzajúcich postupnostiach. Pri niektorých symboloch (napr. *i*, *a*, *-*) vznikli periodické orbity s periódou dva, čo odpovedá konštantným, nenulovým rozdielom aktivít. Súčasne treba podotknúť, že niektoré periodické orbity (napr. pre *n*, *h*, *r*) sa redukovali na

⁸ Pri hľadaní typov dynamiky bol efektívne prehľadaný priestor počiatkových aktivít $y(0) \in (0,1)^N$, aby sa eliminoval vplyv počiatkových podmienok na typ dynamiky. Použitý postup je opísaný v práci Tiňo, Farkaš, van Mourik (2006).

triviálnu dynamiku z pohľadu víťazných neurónov (ten istý neurón). Napokon, v prípade dvoch frekventovaných symbolov (*e*, *o*) bola naindukovaná nemarkovovská dynamika v podobe komplikovaných aperiodických trajektórií ako vidieť na obr. 10. Z pohľadu dynamiky víťazných neurónov išlo o nepravidelné preskakovanie medzi dvoma neurónmi (pozri obr. 11 a odpovedajúci obr. 12), aj keď napr. tvar trajektórie pre symbol *e* vyzerá byť pravidelný. Pri MSOM sme podľa očakávania pozorovali len atraktívne pevné body, t.j. markovovskú dynamiku.

n-	n-	h-	ad-	d-	he-	he-	a-	ag	.	in	ig	.	-th	-th	-th	th	ti			
an-	u-	-	rd-	e-	re-	a-	ao	an	ain	in	.	l	t-h	th	.	.	.			
y-	i-	g-	ng-	ed-	f-	to-	o-	en	un	-in	.	al	-al	h	wh	ty	.			
ot-	at-	p-	a-	n-	on-	m-	o-	-an	n	m	.	ul	ll	e-l	e-h	gh	x	y		
to	t-	es-	as-	er-	er-	mo	o	-to	-on	ion	.	ol	e-m	m	.	ey	.			
t-	ut-	s-	is-	of-	ero	t-o	o	lo	ho	on	oo	.	om	um	im	am	ai	ry		
ts	tw	ts-	r-	r-	ro	wo	io	e-o	-o	e-n	on	.	-m	t-m	si	ai	ri	.		
e-s	he-w	-w	t-w	no	so	ti-o	-o	ng-o	-o	-n	-l	-h	e-i	di	ei	ni	ui	.		
he-s	e-w	w	nw	ong	no	ak	k	-k	-o	.	-l	-h	-i	t-i	-wi	-hi	-li	-thi		
ns	rs	ing	ng	rf	e-k	j	e-c	-s	-g	-m	-y	.	ow	-i	-i	i	li	hi		
s	us	uc	e-g	g	if	e-f	e-b	-c	-s	-w	-w	-e	.	-a	-a	n-a	ia	la	ha	
is	c	nc	f	of	-f	-f	-b	-u	-u	-d	-d-a	t-a	na	da	.	-ha	.	.		
as	ac	ic	ib	b	.	oc	-v	.	-p	g-t	-t	-d	-e	-q	e-a	a	wa	era	ra	
ac	ir	e-r	.	os	-r	-p	-t	s-t	.	ow	sa	ore	re	
ar	ar	hr	r	tr	or	op	ov	-v	t-t	d-t	-t	ot	od	.	u	se	we	ere	pe	
es	er	her	z	p	e-p	p	av	d-t	n-t	e-t	ot	.	ou	au	-se	be	ue	me	.	
es	.	her	ter	ap	.	mp	v	st	rt	-st	tt	ut	out	lu	tu	e	e	-e	-ce	-he
ew	ev	.	q	ea	.	at	t	o-t	ent	ont	ind	d	dd	de	te	e	he	.	.	.
the-	e-	e-	em	ec	.	at	-at	ht	-it	rt	-and	rd	e-d	ne	-the	the
he-	e-	eo	.	.	ee	ed	ed	ad	it	it	id	ond	nd	and	ud	ld	le	-the	he	.

Obr. 12. Mapa receptívnych polí RecSOM po natrénovaní na jazykovej postupnosti. Bodky označujú neuróny v nulovými RF (t.j. víťazov pre postupnosti s nulovým spoločným sufixom).

4 Záver

V príspevku sme na príklade dvoch modelov – MSOM a RecSOM – ilustrovali správanie rekurzívnych neurálnych máp pri tréningu na symbolových sekvenciách. V takýchto mapách sa neuróny naučia reagovať na posledné symboly, čím vznikne topografické usporiadanie podľa sufixov (čo možno interpretovať ako temporálnu analógiu topografickosti štandardnej SOM v prípade statických vstupných vektorov fixnej dimenzie). Organizácia stavového priestoru rekurzívnych máp má typicky markovovskú dynamiku, čo vyplýva z existencie atraktívnych pevných bodov (pre každý vstupný symbol) v stavovom priestore pri asymptotickej dynamike. Z pohľadu dvoch uvedených mier – kvantizačnej hĺbky i miery topografickosti – sú pritom oba modely porovnateľné (ako vidieť v tab. 1-4, s výnimkou laserových dát), pričom MSOM dosahuje takéto usporiadanie i pomocou samoorganizácie s použitím výpočtovo jednoduchšieho kontextu. V prípadoch, kde

vystačíme s takouto pamäťou, môže byť MSOM efektívnou náhradou RecSOM.⁹

Na druhej strane, v prípade RecSOM sme pozorovali schopnosť generovať aj nemarkovovskú dynamiku pri komplexnejších postupnostiach, čo znamená teoretickú neobmedzenú hĺbku pamäti. Takáto organizácia receptívnych polí (t.j. „rozbitie“ atraktora pre nejaké dôležité symboly na dve, prípadne viac disjunktných oblastí) môže byť žiaduca a predstavuje otvorené pole výskumu, pretože nevieme, za akých podmienok takáto organizácia vzniká, resp. aké charakteristiky vstupnej postupnosti vedú k takejto organizácii.

Literatúra

- [1] Barnsley M.: *Fractals everywhere*. New York: Academic Press, 1988.
- [2] Barreto G., Araujo A., Kremer S.: A taxonomy of spatiotemporal connectionist networks revisited: The unsupervised case. *Neural Computation* 15 (2003) 1255-1320.
- [3] Chappell G., Taylor J.: The temporal Kohonen map. *Neural Networks* 6 (2003) 441-445.
- [4] Farkaš I., Crocker M.: Recurrent networks and natural language: exploiting self-organization. *Proc. of the 28th Annual Conf. of the Cognitive Science Society, Vancouver, Canada*, 1275-1280, 2006.
- [5] Farkaš I., Crocker M.: Systematicity in sentence processing with a recursive self-organizing neural network. Prijaté na *15th European Symposium on Artificial Neural Networks, Brugge, Belgicko*, 2007.
- [6] Fodor J., Pylyshyn Z.: Connectionism and cognitive architecture: A critical analysis. *Cognition* 28 (1988) 3-71.
- [7] Frank S.: Learn more by training less: systematicity in sentence processing by recurrent networks. *Connection Science* 18 (2006) 287-302.
- [8] Hadley R.: Systematicity in connectionist language learning. *Mind and Language* 9 (1994) 247-272.
- [9] Hagenbuchner M., Sperduti A., Tsoi A.: Self-organizing map for adaptive processing of structured data. *IEEE Transactions on Neural Networks* 14 (2003) 491-505.
- [10] Hammer B.: Perspectives on learning symbolic data with connectionistic systems. V knihe Kuhn R. a spol. (zost.), *Adaptivity and Learning*, Springer, 2003: 141-160.
- [11] Hammer B., Micheli A., Sperduti A., Strickert M.: Recursive self-organizing network models. *Neural Networks* 17 (2004a) 1061-1085.
- [12] Hammer B., Micheli A., Strickert M., Sperduti A.: A general framework for unsupervised processing of structured data. *Neurocomputing* 57 (2004b) 3-35.
- [13] Jaeger H.: Short term memory in echo state networks. *GMD Report 152*, German National Research Center for Information Technology, 2001.
- [14] Kohonen T.: *Self-Organizing Map* (3rd edition). Springer, Berlin, 2001.
- [15] Koskela T., Varsta M., Heikkonen J., Kaski S.: Recurrent SOM with local linear models in time series prediction. In *6th European Symposium on Artificial Neural Networks*, 167-172, 1998.
- [16] Mitchel T.: *Machine Learning*. McGraw-Hill, 1997.
- [17] Pinker S., Prince A.: On language and connectionism: Analysis of a parallel distributed processing model of language acquisition. *Cognition* 28 (1988) 73-193.
- [18] Pinker S., Ullman M.: The past and future of the past tense. *Trends in Cognitive Sciences* 6 (2002) 456-474.
- [19] Reber A.: Implicit learning of artificial grammars. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior* 6 (1967) 855-863.
- [20] Strickert M., Hammer B.: Merge SOM for temporal data. *Neurocomputing* 64 (2005) 39-72.
- [21] Tiño P., Čerňanský M., Beňušková E.: Markovian architectural bias of recurrent neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks* 15 (2004) 6-15.
- [22] Tiño P., Farkaš I., van Mourik J.: Dynamics and topographic organization in recursive self-organizing map. *Neural Computation* 18 (2006) 2529-2567.
- [23] Tiño P., Hammer B.: Architectural bias in recurrent neural networks: Fractal analysis. *Neural Computation* 15 (2004) 1931-1957.
- [24] Van der Velde F., Van der Voort van der Kleij G., de Kamps M.: Lack of combinatorial productivity in language processing with simple recurrent networks. *Connection Science* 16 (2004) 21-46.
- [25] Voegtlin T. Recursive self-organizing maps. *Neural Networks* 15 (2002) 979-992.

⁹ V tomto kontexte treba dodať, že markovovská organizácia stavového priestoru môže vzniknúť i bez tréningu rekurentných váh, ako napr. pri iterovaných funkčných systémoch s fixnými kontraktívnymi (afinnými) zobrazeniami (Barnsley, 1988), ktorých výstupy možno topograficky mapovať pomocou SOM. Porovnaním IFS+SOM s RecSOM však bolo ukázané, že učenie rekurentných váh v RecSOM znamená (signifikantne) väčšiu hĺbku pamäti (Tiño, Farkaš, van Mourik, 2006).